

92007

**B. Sc. Mathematics 3rd Semester
Examination – December, 2022**

PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

Paper : BM-232

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 40

Before answering the questions, candidates should ensure that they have been supplied the correct and complete question paper. No complaint in this regard, will be entertained after examination.

प्रश्नों के उत्तर देने से पहले परीक्षार्थी यह सुनिश्चित कर लें कि उनको पूर्ण एवं सही प्रश्न-पत्र मिला है। परीक्षा के उपरान्त इस संबंध में कोई भी शिकायत नहीं सुनी जायेगी।

Note : Attempt five questions in all, selecting one question from each Section. Question No. 9 is compulsory.

प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रश्न संख्या 9 अनिवार्य है।

P. T. O.

92007-6500-(P-7)(Q-9)(22)

खण्ड - I

1. (a) Form the partial differential equation by eliminating arbitrary function from $z = f\left(\frac{xy}{z}\right)$. 3.5

$z = f\left(\frac{xy}{z}\right)$ से स्वेच्छ फलन का विलोपन करते हुए आंशिक

अवकल समीकरण बनाइए।

- (b) Solve $z(p - q) = z^2 + (x + y)^2$. 3.5

$z(p - q) = z^2 + (x + y)^2$ को हल कीजिए।

2. (a) Solve $(x^2 - yz)p + (y^2 - zx)q = z^2 - xy$. 3.5

$(x^2 - yz)p + (y^2 - zx)q = z^2 - xy$ को हल करें।

- (b) Solve $px + qy = pq$. 3.5

$px + qy = pq$ को हल करें।

SECTION – II**खण्ड – II**

3. Solve :

हल करें :

$$(a) (D + D')^2 z = e^{2x+3y} \quad 3.5$$

$$(b) (D^2 - DD' - 2D) z = \sin(3x + 4y) \quad 3.5$$

4. Solve following differential equations :

निम्नलिखित अवकल समीकरणों को हल कीजिए :

$$(a) x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - x \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{x^2}{y^2} \quad 3.5$$

$$(b) x^2 r - 3xys + 2y^2 t + px + 2qy = x + 2y \quad 3.5$$

SECTION – III**खण्ड – III**

5. Classify and reduce the equation $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 4 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 4 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$
to canonical form and hence solve it. 7

92007-6500-(P-7)(Q-9)(22) (3)

P. T. O.

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 4 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 4 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \text{ समीकरण को विहित रूप में रिड्यूस तथा}$$

वर्गीकृत करें और इसे हल करें।

6. (a) Solve $t - r \sec^4 y = 2q \tan y$. 3.5 $t - r \sec^4 y = 2q \tan y$ को हल कीजिए।(b) Solve $(q + 1) s = (p + 1) t$. 3.5 $(q + 1) s = (p + 1) t$ को हल कीजिए।**SECTION – IV****खण्ड – IV**

7. (a) Find the characteristic of : 3.5

विशेषता का पता लगाएँ :

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

(b) Find the solution of equation $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ subject to theconditions $z(x, 0) = \sin x$ and $\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_{y=0} = \cos x$. 3.5

शर्तों $z(x, 0) = \sin x$ और $\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_{y=0} = \cos x$ के अधीन

समीकरण $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ का हल ज्ञात कीजिए।

8. Solve $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$, subject to the conditions :

$$u(0, y, t) = u(a, y, t) = 0, \text{ for } 0 < y < b, t > 0$$

$$u(x, 0, t) = u(x, b, t) = 0, \text{ for } 0 < x < a, t > 0$$

$$\text{and } u(x, y, 0) = f(x, y) \text{ and } \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_{t=0} = 0.$$

7

$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$ को निम्न शर्तों के अधीन हल करें :

$$u(0, y, t) = u(a, y, t) = 0, 0 < y < b, t > 0 \text{ के लिए}$$

$$u(x, 0, t) = u(x, b, t) = 0, 0 < x < a, t > 0 \text{ के लिए}$$

$$\text{और } u(x, y, 0) = f(x, y) \text{ और } \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_{t=0} = 0.$$

SECTION - V

खण्ड - V

9. (a) Form the partial differential equation by eliminating arbitrary function from $z = f(x^2 - y^2)$.

$z = f(x^2 - y^2)$ से स्वेच्छ फलन का विलोपन करते हुए आंशिक अवकल समीकरण बनाइए।

(b) Write down Charpit's Auxiliary equation for $p = (qy + z)^2$.

$p = (qy + z)^2$ के लिए चार्पिट का सहायक समीकरण लिखिए।

(c) Define Complete integral and Particular integral.

पूर्ण समाकल और विशेष समाकल को परिभाषित करें।

(d) Find the Particular integral of the equation

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \sin x \cos 2y.$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \sin x \cos 2y \text{ समीकरण के विशेष समाकल}$$

को ज्ञात कीजिए।

- (e) Write down the steps for reducing a parabolic equation to its canonical form.

एक परवलयिक समीकरण को उसके विहित रूप में रिड्यूस करने के चरणों को लिखिए।

- (f) Write one-dimensional heat and harmonic equations.

एकविमीय ऊष्मा और हार्मोनिक समीकरणों को लिखिए।

$$2 \times 6 = 12$$